РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

Факультет физико-математических и естественных наук

**Отчет по лабораторной работе №5**

ПО ДИСЦИПЛИНЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ

02.04.02 — Фундаментальная информатика и информационные технологии

Выполнила Коняева Марина Александровна

Студент группы НФИбд-01-21

Студенческий билет №: 1032217044

Москва 2023

**Содержание**

Теоритическое введение и постановка задачи 3

Программный код 6

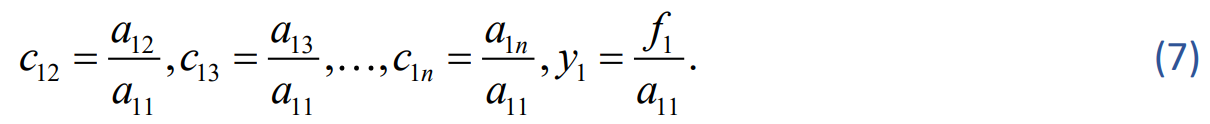
Вывод программы 7

Вывод пункты 1-4 лабораторной работы №6-7 8

Заключение 9

**Теоретическое введение и постановка задачи**

Не ограничивая общности, будем считать, что коэффициент 11 a , который называют ведущим элементом первого шага, отличен от нуля (в случае 11 a = 0 поменяем местами уравнения с номерами 1 и i при котором 1 0 i a ≠ поскольку система предполагается невырожденной, то такой номер i заведомо найдется). Разделим все члены первого уравнения на 11 a и введем в качестве новых коэффициентов 1 , 2, , i c i n = , и правой части 1 y , отношения



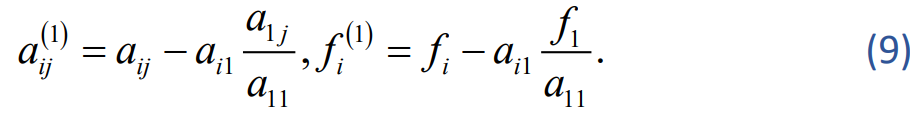
Вычтем из каждого i-го уравнения системы (i n = 2, , ) преобразованное первое уравнение, умноженное на i1 a . Проделав это, мы исключаем неизвестное 1 x из всех уравнений, кроме первого.

Преобразованная таким образом система (1) примет эквивалентный вид:

Изображение выглядит как текст, Шрифт, линия, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Значения новых коэффициентов и правых частей системы (8) вычисляются по формулам



Естественно выделить из (8) “укороченную” систему, содержащую (n −1) уравнений:

Изображение выглядит как текст, Шрифт, белый, диаграмма

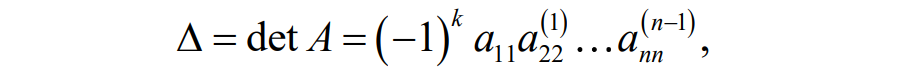
Автоматически созданное описание

Продолжая далее процесс исключения, после (n −1)-го шага редуцируем исходную систему к виду

Изображение выглядит как текст, Шрифт, снимок экрана, линия

Автоматически созданное описание

Поскольку определитель приведенной треугольной системы (матрицы C ) всегда равен единице, то определитель исходной системы



где k - число перестановок столбцов в процессе редукции матрицы A к треугольной матрицы C.

В этой лекции рассмотрим одну из самых важных задач линейной алгебры – решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), в которых число уравнений равно числу неизвестных:

Изображение выглядит как текст, Шрифт, снимок экрана, белый

Автоматически созданное описание

Всюду на протяжении этой лекции мы будем считать определитель матрицы отличным от нуля. Решение невырожденной системы всегда существует и является единственным. Рассмотрим методы фактического построения этого решения.

При решении многих задач приходиться иметь дело с системами линейных уравнений вида

Изображение выглядит как текст, Шрифт, снимок экрана, линия

Автоматически созданное описание

где коэффициенты , , Ai i i С B , правые части F i n i , 1, , 1 ( = − ) известные вместе с числами 0 q и n q . Дополнительные соотношения (29) часто называют краевыми условиями для системы (28).

Во многих случаях они могут иметь более сложный вид.

Изображение выглядит как текст, Шрифт, рукописный текст, линия

Автоматически созданное описание

Последние соотношения будут заведомо выполняться, и притом независимо от решения, если потребовать, чтобы при i n = − 1, , 1 имели место равенства

Изображение выглядит как Шрифт, текст, рукописный текст, каллиграфия

Автоматически созданное описание

Для решения данной задачи необходимо сделать:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, письмо

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт

Автоматически созданное описание

**Программный код**

import numpy as np  
SIZE = 4  
  
def forward\_gaussian\_move(matrix, vector\_b):  
 for i in range(SIZE-1):  
 max\_elem = matrix[i][i]  
 max\_row = i  
 for j in range(i+1, SIZE):  
 if abs(matrix[j][i]) > abs(max\_elem):  
 max\_elem = matrix[j][i]  
 max\_row = j  
 if max\_row != i:  
 matrix[i], matrix[max\_row] = matrix[max\_row], matrix[i]  
 vector\_b[i], vector\_b[max\_row] = vector\_b[max\_row], vector\_b[i]  
 for j in range(i+1, SIZE):  
 coefficient = matrix[j][i] / matrix[i][i]  
 for k in range(i, SIZE):  
 matrix[j][k] -= coefficient \* matrix[i][k]  
 vector\_b[j] -= coefficient \* vector\_b[i]  
  
def solve\_system(matrix, vector\_b):  
 solution = np.zeros(SIZE)  
 for i in range(SIZE-1, -1, -1):  
 \_sum = 0  
 for j in range(i+1, SIZE):  
 \_sum += matrix[i][j] \* solution[j]  
 solution[i] = (vector\_b[i] - \_sum) / matrix[i][i]  
 return solution  
  
def calculate\_delta(matrix, vector\_b, solution):  
 Ax = np.dot(matrix, solution)  
 delta = np.linalg.norm(Ax - vector\_b)  
 return delta  
  
def matrix\_vector\_product(matrix, vector\_b):  
 return np.dot(matrix, vector\_b)  
  
def vector\_sum(vector\_a, vector\_b):  
 return np.add(vector\_a, vector\_b)  
  
def vector\_difference(vector\_a, vector\_b):  
 return np.subtract(vector\_a, vector\_b)  
  
def vector\_norm(vector\_a):  
 return np.linalg.norm(vector\_a)  
  
def main():  
 matrix = np.array([  
 [7\*np.pi, 2, 2, 1],  
 [1, 7\*np.pi, 1, 3],  
 [1, 3, 5\*np.pi, 4],  
 [4, 4, 3, 8\*np.pi]  
 ])  
 vector\_b = np.array([2, 8, 1, 7])  
 print("Matrix A and vector b:")  
 print(np.column\_stack((matrix, vector\_b)))  
 print("\nUpper triangular A and vector B:")  
 forward\_gaussian\_move(matrix, vector\_b)  
 print(np.column\_stack((matrix, vector\_b)))  
 print("\nSolution vector:")  
 solution = solve\_system(matrix, vector\_b)  
 print(solution)  
 delta = calculate\_delta(matrix, vector\_b, solution)  
 print("\nError:", delta)  
 product = matrix\_vector\_product(matrix, vector\_b)  
 print("\nProduct of matrix and vector:")  
 print(product)  
 first\_vector = np.array([1, 2, 3, 4])  
 second\_vector = np.array([3, 2, 1, 5])  
 \_sum = vector\_sum(first\_vector, second\_vector)  
 print("\nSum of vectors:")  
 print(\_sum)  
 difference = vector\_difference(first\_vector, second\_vector)  
 print("\nDifference of vectors:")  
 print(difference)  
 norm = vector\_norm(first\_vector)  
 print("\nEuclidean norm of vector A:", norm)  
  
if \_\_name\_\_ == "\_\_main\_\_":  
 main()

**Вывод программы**

Изображение выглядит как текст, снимок экрана

Автоматически созданное описание



**Вывод пунктов 1-4 лабораторной работы №6-7**

Изображение выглядит как текст, снимок экрана

Автоматически созданное описание



**Заключение**

В ходе данной лабораторной работы я реализовала в программе Метод Гаусса с выбором ведущего элемента по строке, метод решения системы линейных алгебраических уравнений, метод, вычисляющий произведение матрицы на вектор; метод, вычисляющий сумму/разность векторов; метод, вычисляющий произведение матрицы на вектор, а также метод, вычисляющий евклидову векторную норму произвольного вектора.